台灣地區風速頻譜之探討

張景鐘
國立台灣海洋大學河海工程學系教授

1. 前 言

台灣位處西太平洋熱帶氣旋頻繁的區域，夏、秋之際多颱風；冬季亦有強勁的東北季風肆虐，常造成建築結構物的損壞。本研究近年來分別收集台灣地區北部基隆港、海洋大學工學館；中部地區台中港；南部地區彌陀、永安港等地之歷年強風風速歷時資料。擷取其中平均風速大於 9 m./sec. 之風速歷時資料，採用不同之頻譜窗函數，進行風速能量頻譜密度(PSD)分析，並繪圖比較不同風速能量頻譜公式之回歸結果。再依據多個國外學者建議之風速能量頻譜公式，進行係數回歸與密和度試驗。最後進行不同測量點間，各相異地域、地況條件之風速能量頻譜相關性研究，以獲得適合台灣地形地況之能量頻譜式。

2. 風速能量譜公式之建立

風速的時間域分佈，為一充滿諸多不確定因素之隨機分佈。故必須利用統計的方法加以處理，才可合理的加以描述及評估。此類動力分析問題，均屬於非定態分析或屬隨機漫散振動分析領域。本文所屬相關之數學模式建立，為使數值分析進行之可行，均假設在資料取樣空間中所得之整體記錄平均值，不隨任一時間點而改變，將風速視為一穩態隨機過程予以分析，進行頻譜分析與回歸之計算結果。

地球邊界層之大氣風變化現象，基於連體運動方程式、質量守恆與動量平衡方程式等條件下，可以化成控制方程式之數學模式型態。

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+W\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-fV-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_u}{\partial z}=0 \qquad (1)$$

$$U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+W\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+fU-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_v}{\partial z}=0 \qquad (2)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+g=0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}+\frac{\partial W}{\partial z}=0 \qquad (4)$$

其中 U, V, W 為卡式座標系中之 x, y, z 軸之平均風速分量。

p：平均風壓值。

ρ：空氣密度。

g：重力加速度。

τ_u, τ_v：沿 x,y 軸方向之剪應力。

由上式可知，水平梯度壓力(Horizontal Pressure Gradient)之垂直變化與水平梯度密度(Horizontal Density Gradient)相關。故在此假設下，水平梯度壓力並不隨高度而變，且當位於邊界層頂之水平梯度壓力，將具相同量值。式(3)可表示為

$$\frac{\partial p}{\partial n}=\rho\left[fV_{gr}\pm\frac{V_{gr}^2}{r}\right] \qquad (5)$$

其中 V_{gr}：梯度速度。

r：氣象等壓線之曲率半徑。

n：梯度風速之方向。

當考慮地球自轉速度後，式(5)可列為下式：

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=fV_g \qquad \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=-fU_g \qquad (6)$$

其中 U_g 與 V_g 分別表示地球自轉速度在 x 方向與 y 方向之分量。

當考量實際環境變化，以及定義渦旋黏性(Eddy Viscosity)係數 K 與混合長度(Mixing Length) L：

$$\tau_u = \rho \cdot K(x, y, z)\frac{\partial U}{\partial z} \tag{7}$$

$$\tau_v = \rho \cdot K(x, y, z)\frac{\partial V}{\partial z} \tag{8}$$

$$K(x, y, z) = L^2(x, y, z)\left[\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2} \tag{9}$$

結合使用式(7)，式(8)與式(1)到式(4)將可應用於閉合平均風速場中(the mean velocity field closure)。再利用動量平衡方程式，則可推導得下式：

$$\begin{aligned}&\left[U\frac{\partial}{\partial x}\overline{\left(\frac{q^2}{2}\right)} + V\frac{\partial}{\partial y}\overline{\left(\frac{q^2}{2}\right)} + W\frac{\partial}{\partial z}\overline{\left(\frac{q^2}{2}\right)}\right]\\ &-\left[\frac{\tau_u}{\rho}\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\tau_v}{\rho}\frac{\partial V}{\partial z}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\overline{w\left(\frac{p}{\rho} + \frac{q^2}{2}\right)}\right] + \varepsilon = 0\end{aligned} \tag{10}$$

其中上標橫線表示，相當於時間項之平均值。

u, v, w：各為 x, y, z 方向之波動風速。

p'：波動壓力值(fluctuation pressure)。

ε：每單位質量之能量消散比。

$$q = \left(u^2 + v^2 + w^2\right)^{1/2} \tag{11}$$

式(10)為紊流動能方程式：其中第一項描述了大氣水平運動之紊流能量，第二項則描述紊流能量之生成、擴散，及消散之整個過程。H.A. Panofsky，A.S. Monin，與 J.F. Nash 等國外學者已成功的應用上列各式，在描述與預測三維邊界層中之各種現象。

假設紊流之運動方程式中，部份因數間可作轉換，並在能量消散過程中，考慮黏滯效應。在缺乏能量源之繼續供給，紊流運動之動能將逐漸消減。且黏滯效

應越大，則動能削減愈快。更深入探討各相關係數之影響，以上之動能衰減時間，與在高波數之渦旋週期相比，衰減時間相對地較長。這些渦旋能量在假定之特例下，將可被視為穩定狀態。

依據 Kolmogorov 第一假設，紊流波動速度可視為由風場中之各渦旋效應疊加而成。相對地，紊流運動之總動能，可視為由流場中之各渦旋所提供。在此，將利用內含供應能量之紊渦波數係數之 $E(K)$ 方程式，來定義紊流運動之能量頻譜。依據 Kolmogorov 第二假設，可建立一適合高 K 值之關係式，如下所示：

$$F[E(K), K, \varepsilon] = 0 \tag{12}$$

其中 $E(K)$：為每單位紊流波數之能量值

上式括弧內各項之因次式為$[L^3T^2]$，$[L^{-1}]$，$[L^2T^3]$

$$E(K) = a_1 \cdot \varepsilon^{2/3} \cdot K^{-5/3} \tag{13}$$

其中 a_1 為一般性常數。

當加進物理等向性之考量後，縱向波動速度頻譜可列為下式：

$$S(K) = a \cdot \varepsilon^{2/3} \cdot K^{-5/3} \tag{14}$$

其中依據實驗測量值[1]得到 $a \cong 0.5$。在大氣邊界層進行量測之結果，更加證實了在水平均勻流之能量生成，將趨近於能量消散之平衡理論。因此可以下式表示：

$$\varepsilon = \frac{\tau_0}{\rho} \frac{dU(z)}{dz} \tag{15}$$

其中依對數律可得：

$$U(Z) = \frac{1}{k} u_* \ln \frac{z}{z_0} \tag{16}$$

當式(15)，式(16)之單位質量消散比採用下式：

$$\varepsilon = \frac{u_*^3}{kz} \tag{17}$$

將式(17)代入式(14)

$$K = \frac{2\pi n}{U(z)} \tag{18}$$

其結果將可推得如 Kolmogorov (1941) [2]之正規化頻譜公式：

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{u_*^2} = 0.26 f^{-2/3} \tag{19}$$

其中無因次量定義為：$f = \dfrac{n \cdot Z}{U(Z)}$

式(19)之左項稱為 "縱向波動速度折減頻譜"(the reduced spectrum of the longitudinal velocity fluctuations)，且內含高度因數。

2.1 常見之風速能量頻譜方程式

下列各式為不同國外各學者提出之風速能量頻譜方程式，本研究分析與高度相關性與否之多種頻譜公式，進行探討，以做為台灣地區風速能譜之研究基礎。本文在此僅討論沿著平均風速方向之順風向紊流頻譜方程式。

(1) Kaimal (1972) [3] and Simiu (1974) [3]:此式採用於 NBC(National of Standards) 1980 修訂版。適用於低頻及高頻範圍。該式在大氣低層將近似於式(19)

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{u_*^2} = \frac{200 f}{(1+50 f)^{5/3}} \tag{20}$$

其中折減頻率(reduced frequency)為一無因次量，定義為：

$$f = \frac{n \cdot Z}{U(Z)} \tag{21}$$

縱向波動速度可以代用近似式：$\sigma_u^2 = 6u_*^2$

(2) Kolmogorov (1941) [3]: 此式於高頻區使用，由 F. Pasquill, P. R. Owen., J. C. Kaimal 等學者，皆驗證其極具可靠性。在工程應用上以 *f>0.2* [4]為佳。Solari 於 1982 年既採用此頻譜公式。

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{u_*^2} = 0.26 f^{-2/3} \tag{22}$$

其中 $f = \dfrac{n \cdot Z}{U(Z)}$

(3) Hino (1971) [4] (“von Karman” type spectrum) :

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{\bar{u}^2} = \frac{0.475x}{(1+x^2)^{5/6}} \tag{23}$$

$$\text{其中} \quad x = \frac{250 n \cdot Z^{0.42}}{U(Z)} \tag{24}$$

(4) Teunissen (1980) [4] : Kaimal 式之修訂。

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{\bar{u}^2} = \frac{105 f}{(0.44+33f)^{5/3}} \tag{25}$$

$$\text{其中} \quad f = \frac{n \cdot Z}{U(Z)} \tag{26}$$

Solari (1987) [8] :

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{u_*^2} = \frac{2.21\beta^{2.5} f}{(1+3.31\beta^{1.5} f)^{5/3}} \tag{27}$$

$$\text{其中} \ f = \frac{n \cdot Z}{U(Z)} \tag{28}$$

$\sigma_u^2(Z) = \beta \cdot u_*^2$, β=5.53 , CZ=11.5

(5) von Karman (1948) [4]: 此式不適用於設計較重視高頻反應的結構物；較適合於使用在重視低頻反應的結構物上，如振動週期非常大的牽纜式海域平台。

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{u_*^2} = \frac{4\beta\left(\frac{n \cdot L_u^x}{U}\right)}{(1+70.8\left(\frac{n \cdot L_u^x}{U}\right)^2)^{5/6}} \tag{29}$$

Solari (1993) [9] :

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{\overline{u}^2} = \frac{6.868\left(\frac{f \cdot L_u^x}{Z}\right)}{(1+10.302\left(\frac{f \cdot L_u^x}{Z}\right))^{5/3}} \tag{30}$$

其中 $f = \dfrac{n \cdot Z}{U(Z)}$ (31)

當 $n \cdot S_u(Z,n)$ 最大時，fm = $0.1456 \dfrac{Z}{L_u^x(Z)}$ (32)

(6) Davenport (1961) [14]: 此式與高度無關，且參考文獻中指出：當在高度 300 公尺且地表粗糙長度為 0.08 m 時，此式在高頻區(n>0.1Hz)將高估 100% ~ 400%。該式採用於 SNBCC (Supplement to the National Building Code of Canada, 1990) and ANSI (American National Standards Institute, 1990)。

$$\frac{n \cdot S_u(n)}{u_*^2} = \frac{4.0x^2}{(1+x^2)^{4/3}} \tag{33}$$

其中 $x = \dfrac{1200n}{U(10)}$ (34)

n: 頻率(Hz)

U(10) : 10 m 高之平均風速

(7) Harris (1997) [31] (“von Karman” type spectrum) : 此式與式一樣，和高度無關。採用於 ESDU (Engineering Science Data Unit, 1989)。

$$\frac{n \cdot S_u(n)}{u_*^2} = \frac{4.0x^2}{(2+x^2)^{5/6}} \tag{35}$$

其中 $x = \dfrac{1800n}{U(10)}$ (36)

(8) Reinhold, et al.. (1974) [4] : Kaimal 式之修訂。

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{\bar{u}^2} = \frac{4\left(\frac{n \cdot L_u^x}{U}\right)}{(1.0+71.05\left(\frac{n \cdot L_u^x}{U}\right)^2)^{5/6}} \tag{37}$$

其中 $L_u^x = 151\left(\dfrac{Z}{10}\right)^{\alpha_L}$ (meters) (38)

α^L 指數與高度有關

(9) Simiu (1974) [5] & (1978) [6] :

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{u_*^2} = \begin{cases} c_1 + a_1 \cdot f + b_1 \cdot f^2 \leftarrow 0 \le f \le f_m \\ c_{2+} a_2 \cdot f + b_2 \cdot f^2 \leftarrow f_m \le f \le f_s \end{cases} \tag{39}$$

其中 f_m = peak similarity coordinate（尖峰相似座標）。

f_s = lower limit of inertial sub-range（慣性子區底限）。

(10) Olesen, et al..(1984) [9] : 此式之常數 A, B 決定頻譜在頻率範圍上的位置，而參數 α, β, γ 決定頻譜之形式。

$$\frac{n \cdot S_u(Z,n)}{u_*^2} = \frac{A \cdot f^{\gamma}}{(1+B \cdot f^{\alpha})^{\beta}} \tag{40}$$

其中 $A, B, \alpha, \beta, \gamma$ 其值在高頻與低頻具相異值，且必須滿足式:

$$f_m = \left(\frac{1.5\gamma}{B}\right)^{1/\alpha} \quad \& \quad \gamma - \alpha\beta = -\frac{2}{3} \tag{41}$$

以上為現行常被採用的縱像紊流能量頻譜密度方程式。皆有其在各地域之代表性，與優缺點。

2.2 漫散頻譜函數

當假設風速歷時資料為穩定隨機函數，依漫散振動理論定義，自相關函數 (Auto-correlation Function) $R_{uu}(\tau)$為描述相同記錄中不同時間的相關程度：

$$R_{uu}(\tau) = E[u(t) \cdot u(t+\tau)] = \lim_{T \to \infty}\left[\frac{1}{T}\int_0^T u(z,t) \cdot u(z,t+\tau)dt\right] \tag{42}$$

因假設取樣過程為穩定之隨機過程，$R_{uu}(\tau)$只與延時τ相關，與絕對時間 t 無關，可推知其為一偶函數。

$$R_{uu}(\tau) = E[u(t) \cdot u(t-\tau)] = R_{uu}(-\tau) \tag{43}$$

假設 $R_{uu}(\tau \to \infty) = 0$ 且 $\int_{-\infty}^{\infty} |R_{uu}(\tau)| dt < \infty$ ；對 $R_{uu}(\tau)$ 做傅利葉轉換，既可得到能量頻譜密度函數(Power Spectrum Density Function) PSD；於風力工程中，將應用該式於縱向紊流頻譜密度函數之計算，以求出風譜能量。，如下所示：

$$S_{uu}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{uu}(\tau) \cdot e^{-\omega\tau} d\tau \tag{44}$$

Davenport (1961)將波動風速視為由諸多諧和分量所組合而成。其數學模式可以 Fourier 級數表示：

$$u(z,t)=u_j\cdot\sin(2\pi\frac{j}{T_0}t+\phi_j) \tag{45}$$

其中，$\frac{j}{T_0}$ = 第 j 個諧和頻率，u_j=第 j 個振幅，ϕ_j=第 j 個相角。

將本式代入紊流波動式，可得：

$$\overline{u^2}=\int_0^\infty\frac{u^2(z,n)}{2}dn=\int_0^\infty S_u(Z,n)dn \tag{46}$$

其中 $n=\frac{j}{T_0}$ = 頻率；而 $\frac{u^2(z,n)}{2}$ 既為縱向紊流波動之頻譜密度函數(Spectral Density Function)，表示縱向風速之能量值，記為 $S_u(Z,n)$。

2.3 能量密度頻譜分析

假設 *c(t)*函數代表時間域之樣本空間，則從 T 時間長度中，離散化取樣風速歷時資料 n 個樣本點，將可得到一 $c_0, c_1,\cdots, c_{n-1}$ 之時間序列。其中樣本點之時間域間隔長度=Δ，既 T = (n-1)Δ。現行常用之能量譜之定義，有下列三種：

(1) 平方總和振幅 “Sum Squared Amplitude”

$$\rightarrow\sum_{j=0}^{N-1}\left|c_j\right|^2 \tag{47}$$

(2) 均方振幅 “Mean Squared Amplitude”

$$\rightarrow\frac{1}{T}\int_0^T\left|c(t)\right|^2dt\approx\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1}\left|c_j\right|^2 \tag{48}$$

(3) 平方時間積振幅 “Time-integral Squared Amplitude”

$$\rightarrow\int_0^T\left|c(t)\right|^2dt\approx\Delta\sum_{j=0}^{N-1}\left|c_j\right|^2 \tag{49}$$

由 Nyquist 之定義可知：PSD 僅在 $-f_c<f<f_c$ 之頻率範圍內才可合理定義。

且依據取樣理論(sampling theorem)，能量只存在於 Nyquist 區間。以下將 *P(f)*定義為式(48)至式(49)中，任一種 PSD 定義型態。

PSD 之運算，在此將引進“Periodogram”運算法[11]。因風速歷時資料為離散化之序列值，時間域至頻率域之轉換分析將採 FFT 進行。首先，為求整體風速歷時資料，樣本空間軸之準確性，將先進行“Moving Average”之動作[12]。

為使 FFT 轉換分析進行之可能，將在原始樣本空間 c_j, {j=1, ····, n-1}之後，進行補零(Zero Padding)動作。如此，將使擴充至{j=0, 1, ····, n-1, n, n+1, ····, N-1}，共 N 項；而 N 需為 2 之次方倍。在頻譜分析過程中，往往因資料群組之分佈空間重疊(Overlap)，解析度問題等，而造成頻率域分析之偏差，失真現象。依數值分析學者之實際分析報告中指出：當 Zero Padding 之項數，擴充至最接近且不小於 n 之 2 次方項，此時含 Zero Padding 之總樣本點為 N 項離散點。當再進一步將整個樣本點擴充至 2N 離散點時，因可避免頻譜之 Overlap 現象發生。在不進行頻譜運算之後處理情形下，亦可獲得極佳之 PSD 計算結果。上述計算步驟式列出如下：

$$\tilde{c}_j = \begin{cases} c_j - \bar{\hat{\mu}}_c \; j = 0,1,\cdots,n-1 \\ 0 \; j = n,\cdots,N,\cdots,2N \end{cases} \tag{50}$$

其中 $\bar{\mu}_c$= 樣本空間之中間軸值。

離散化之 FFT 可列為下式：

$$\zeta_C(\omega_k) = \sum_{j=0}^{N-1} \tilde{c}_j \cdot e^{-i\omega_k t} \quad k = 0, \pm 1, \cdots, \pm(N\text{-}1) \tag{51}$$

$$\zeta_C(\omega_k) = \alpha_c(\omega_k) - i\beta_c(\omega_k) \tag{52}$$

$$\begin{aligned} \alpha_c(\omega_k) &= \sum_{j=0}^{n-1} \tilde{c}_j \cdot \cos(\omega_k \cdot j) \\ \beta_c(\omega_k) &= \sum_{j=0}^{n-1} \tilde{c}_j \cdot \sin(\omega_k \cdot j) \end{aligned} \tag{53}$$

$\{c_t\}$時間序列經由 FFT 離散化計算之 Periodogram 推導式，進行如下：

$$P_{n,N,C_j}(\omega_k) = K\left|\sum_{j=0}^{N-1} c_j \cdot e^{i\omega_k \cdot t}\right|^2 = K\left|\zeta_k(\omega_k)\right|^2 \tag{54}$$

$$\text{其中 } K = \begin{cases} \dfrac{2}{n}: the\ usual\ periodogram \\ \dfrac{1}{2\pi n}: the\ \textbf{modified periodogram} \end{cases} \tag{55}$$

K 為一比例項，本文以下相關之頻譜分析運算及程式寫作，均將採用 the modified periodogram。

$$\begin{aligned} P_{n,N,C}(\omega_k) &= A_c^2(\omega_k) + B_c^2(\omega_k) \\ A_c^2(\omega_k) &= K^{1/2} \cdot \alpha_c(\omega_k) \\ B_c^2(\omega_k) &= K^{1/2} \cdot \beta_c(\omega_k) \end{aligned} \tag{56}$$

其中能量譜之計算，由 Periodogram 可定義在 N/2+1 之頻率項，並符合 Nyquist 之臨界頻率，可表為：

$$P(0) = P(f_0) = \frac{1}{N^2}\left|c_0\right|^2 \tag{57}$$

$$P(f_k) = \frac{1}{N^2}\left[\left|c_k\right|^2 + \left|c_{N-k}{}^2\right|\right] \tag{58}$$

$$P(f_c) = P\left(\frac{f_{N/2}}{2}\right) = \frac{1}{N^2}\left|c_{N/2}\right|^2 \tag{59}$$

其中 f_k 之定義域僅為零或正數域。

$$f_k = \frac{k}{N \cdot \Delta} = 2 f_c \frac{k}{N} \qquad k=0, 1, \cdots, N/2 \tag{60}$$

由 Parserval’s 定理可知 c_t 序列中 P 之 N/2+1 項之總和等於均方振幅。

$$\sum_{k=0}^{N-1}|c_k|^2=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|\zeta_k|^2 \tag{61}$$

至此，需提出一整體分析之疑問點。既，基於何種觀點，可以確認Periodogram之計算是否足以代表時間序列之能量譜。因為在頻率 f_k 處之 $P(f_k)$，幾乎無法與 $P(f)$ 值相等。通常只能使 $P(f_k)$ 成為，在以 f_k 為中心之狹窄窗函數上，某種代表 $P(f)$ 平均值的函數。以 Periodogram 在式(60)計算為例，將以頻率域偏移量 s 為變數，寫成窗函數型態：

$$W(s)=\frac{1}{N^2}\left[\frac{\sin(\pi s)}{\sin(\pi s/N)}\right]^2 \tag{62}$$

此類解決 Leakage 之方法，稱為 Data Windowing。另一關係樣本空間大小，與精確度問題為：當 $N\rightarrow\infty$，頻譜分析之變異數大小。換言之，當從原連續方程式，或更長之取樣空間，或以更高之取樣頻之記錄中，擷取更多之樣本點數時，在計算 P_k 上，將增進多少之精確度。以數值分析學者之研究報告指出，Periodogram 之經度，並不因 N 值更大而變的更為準確。實際上，在 f_k 上 periodogram 計算之變異數，永遠相等於在其頻率域之期望值的平方；也就是說，其標準差總是 100%，與取樣 N 值無關。額外增加之樣本點，確實造成了，離散化之 f_k 頻率點之較為大量之計算。假如以相同之取樣頻率，取樣一較長之資料群組，而 Nyquist 臨界頻率 f_c 不做改變，增加之樣本點將提高頻譜之解析度。同樣地，假如以較佳之樣本區間，取樣相同之樣本空間長度，並不影響頻譜之解析度，但是 Nyquist 臨界頻率空間，將因而可延伸至更高頻。在上述兩種情況中，皆增加了取樣點數，卻無法相對地減低計算結果之變異數。

欲獲得較佳之分析結果，在此將引進 Data Windowing 技巧，其使用目的在於改進式(62)。通常在 PSD 各頻率分量上，包含了 Leakage 現象。由摺積理論可知：在原始數據資料上乘以方形窗函數之 Fourier 轉換，相等於原始資料以視窗 Fourier 轉換(window’s Fourier transform)之 Fourier 轉換。在此將定義單位窗函數之 Fourier 轉換如下：

$$W(s)=\frac{1}{N^2}\left[\frac{\sin(\pi s)}{\sin(\pi s/N)}\right]^2=\frac{1}{N^2}\left|\sum_{k=0}^{N-1}e^{2\pi isk/N}\right|^2 \qquad (63)$$

當 s 值較大時，將產生 Leakage 現象，主要因為方形窗函數於區間之閉合變化過於劇烈，該式應用之 Fourier 轉換在高頻分量處以被雜訊取代。為矯正此種情況，可將時間序列之原始資料群，乘上一從 0 到極值間之變化較為和緩之窗函數ω_j。其表示式可更改如下：

$$D_k\equiv\sum_{j=0}^{N-1}c_j\cdot\omega_j\cdot e^{2\pi ijk/N} \qquad k=0,\ 1,\ \cdots,\ N\text{-}1 \qquad (64)$$

$$P(0)=P(f_0)=\frac{1}{W_{ss}}|D_0|^2$$

$$P(f_k)=\frac{1}{W_{ss}}\left[|D_k|^2+|D_{N-k}|^2\right] \qquad \mathrm{k}=1,\ 2,\ \cdots,\left(\frac{N}{2}-1\right) \qquad (65)$$

$$P(f_c)=P(f_{N/2})=\frac{1}{W_{ss}}|D_{N/2}|^2 \qquad (66)$$

其中 W_{ss} 代表 “window squared and summed”

$$W_{ss}\equiv N\sum_{j=0}^{N-1}\omega_j^2 \qquad (67)$$

式(63)之通式，可改寫如下：

$$W(s)=\frac{1}{W_{ss}}\left|\sum_{k=0}^{N-1}e^{2\pi isk/N}\cdot\omega_k\right|^2 \qquad (68)$$

連續方程式$\omega\left(k-\frac{N}{2}\right)$在積分式上，可視為一經過點$\omega_k$之圓滑化方程式。

2.4 頻譜分析窗函數之選擇

頻譜分析相關之著名窗函數主要有以下數種:

(1) Modified Bartlett Spectral 窗函數：

$$W_n(\omega)=\frac{1}{2\pi M}\left\{\frac{\sin\left(\frac{M\omega}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}\right\}^2=F_M(\omega) \tag{69}$$

其中 $F_M(\omega)$對應 M 階之 Fejer kernel。

(2) Daniell Spectral 窗函數：

$$w_n(\omega)=\begin{cases}\frac{M}{2\pi}-\frac{\pi}{M}\le\omega\le\frac{\pi}{M}\\ 0\,otherwise\end{cases} \tag{70}$$

(3) Tukey Spectral 窗函數 I：

$$W_n(\omega)=a\cdot D_M\left(\omega-\frac{\pi}{M}\right)+(1-2a)D_M(\omega)+a\cdot D_M\left(\omega+\frac{\pi}{M}\right) \tag{71}$$

其中 DM(ω)表示 Dirichlet kernel。當 a = 0.23。

(4) Tukey Spectral 窗函數 II：

$$W_n(\omega)=a\cdot D_M\left(\omega-\frac{\pi}{M}\right)+(1-2a)D_M(\omega)+a\cdot D_M\left(\omega+\frac{\pi}{M}\right) \tag{72}$$

其中 $D_M(\omega)$表示 Dirichlet kernel。當 a= 0.25。

(5) Parzen Spectral 窗函數：

$$W_n(\omega)=\frac{6\pi}{M}\left[F_{M/2}(\omega)\right]^2\left\{1-\frac{2}{3}\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\right\} \tag{73}$$

其中 M 為偶數。如為奇數則以 M+1 取代。

(6) Bartlett-Priestley Spectral 窗函數：

$$W_n(\omega)=\begin{cases}\dfrac{3M}{4\pi}\left\{1-\left(\dfrac{M\omega}{\pi}\right)^2\right\}|\omega|\le\dfrac{\pi}{M}\\ 0\,|\omega|>\dfrac{\pi}{M}\end{cases} \tag{74}$$

上述六種窗函數，經由本研究以實測風速資料，運算後比較各適用性與否，可以作為台灣區風速頻譜建立之運算依據。

本文針對上列六種窗函數，以賀伯風災中，取樣頻率為 10*Hz*，20 分鐘紀錄長度，平均順風向風速為 25.3 m/sec.之資料紀錄為分析樣本，加以評估，並選擇一窗函數以及其中之 M 係數。係數 M 之比較，將分別以 M=10, 100, 500, 1000, 5000 各係數比較之。如圖(1)至圖(6)所示，分別繪出各窗函數之不同係數 M 之比較，並於圖(1)中附上經由 Periodogram 轉換之原始資料折線，以比較窗函數濾波後之解析度。由圖可知當 M=5000 時之各窗函數，擁有較佳之解析度，足以代表原始折線。故選定 M=5000 作為係數 M 代表值。關於不同窗函數間之比較，可參考圖(7)，該圖為 M=5000 情況下，6 種窗函數之比較。

窗函數之選取決定，可由側漏量情形決定。本文依比較結果選取第一種 Modified Bartlett 窗函數，作為本研究風速頻譜分析之計算工具。經由以上步驟，可以依序決定頻譜計算方式。以賀伯颱風之 36 筆風速歷時資料為例，可繪得如圖(8)所示。

3. 風速歷時資料之收集

現行台灣地區之風速歷時資料相當稀少，主因具備最完善氣象監視資訊體系之中央氣象局，未能針對散佈台灣各地之氣象站，進行強風之風速歷時資料的量測與記錄，只有個別的研究學者有部分資料，使得台灣地區強風風速資料相當的不足，造成台灣地區風速能量譜之研究進行相當困難。

本研究分析之風速原始資料收集，分別取至台灣地區北、中、南三個地區，岸邊之風速測量點，或海上測量點等測站之風速歷時資料，其中進行風速大於每秒 9 米之強風速歷時資料分析，共得符合之總分析樣本為每筆長度 1200 秒之 1417 筆。對個別之儀器與地況分述如下：

(1) 彌陀、永安港測站：本測站之風速測量點高度為 11.5 公尺；地況分類屬海

面地型;型態為海中之一立樁,上置風速計;資料記錄時間為 1992 年至 1994 年。

(2) 台中港測站:本測站之風速測量點高度為 12.4 公尺;地況分類屬海面地型;型態為一立於台中外港外堤,海中之一立樁。台上裝置含有超音波風速計(取樣頻率為 10Hz)與旋槳式風速計(取樣頻率為 1Hz),並含四支波高計;資料記錄時間為 1993 年至 1995 年。

(3) 基隆港測站:本測站之風速測量點高度為 29.1 公尺;地況分類屬海面地型;型態為設於港內之岸邊地面測站,台上裝置風速計;資料記錄時間為 1994 年至 1995 年。

(4) 海洋大學工學館測站:本測站之風速測量點高度為 26.2 公尺;地況分類屬海面地型;站址鄰近海濱(約 40m),設於基隆市鄰近碧砂漁港之海洋大學河海工程一館之頂樓水塔上,並做鋼管支撐架架高 3m;資料記錄時間為 1995 年至 1997 年。

實驗儀器為 R. M. Young 公司所生產 Model 05103 Wind Monitor,葉片直徑為 18 cm.,以 polypropylene 為材料所製,啟動風速為 1 m/s (2.2mph),量測風速範圍 0 到 60 m/s (130mph),最大承受陣風風速為 100 m/s (220mph)。資料記錄器為 TEAK RD-200T PCM Data Recorder,16 組輸出入頻道之數位式磁帶紀錄器。再經由研華科技之 12bit,PCL-812 Enhanced Multi-Lab Card 將紀錄值,轉為數位式電腦檔案,進行歷時資料之後處理。每筆資料之紀錄時間為 20 分鐘,取樣頻率為 10*Hz*。量測期間曾歷經賀伯風災等年度性颱風紀錄。

4. 結論與討論

本文選用第一種 Modified Bartlett 窗函數,以 M=5000 作為係數 M 代表值,進行本研究於台灣地區四個測量點之歷年風速資料回歸。回歸依據主要以前述所列舉之國外學者建議頻譜公式為主,但因其中部份頻譜公式,其年代之演進具相關性,只選用其中九種頻譜公式,作為台灣區頻譜密度函數回歸比較之用。圖(9)為國外學者原始建議式,台灣地區風速能量譜各式之比較可見圖(10)。

當設定 X 軸為基軸,引進偏差值作為各函數之比較,作為各式與資料群組間

之密和度關係。各頻譜密度函數回歸結果如表(1)所示。由表(1)之結果可知，採用第三組頻譜密度公式可得較佳之密和度情況。因此本研究建議現行台灣地區風速能量頻譜公式，可以該組公式做為代表。

表(1)中所列九組公式，可依公式中是否考量高程變數項，予以分為兩組。分別為第一至七式與高程相關，以及第八至九式與高程不相關。為分析風力頻譜在高程因數與量測收集地域間之差異性比較，由表(1)中選定兩組公式中，密和度情況較佳之式(23)與式(33)，分別進行四個測量地區之頻譜密度公式係數回歸，結果可得表(2)、表(3)所示。

由表(2)、表(3)之偏差值比較可知，由與高程相關之頻譜密度公式之式(23)，具有較佳之密和度。既在考量高度因數於公式中，對於台灣區之風速能譜回歸，將較具代表性。

在地域性風速能譜間之比較上，由式(23)之回歸結果，與式(23)及式(20)由國外學者建議公式之比較可見圖(11)、圖(12)。

5. 誌 謝

本研究承蒙行政院國家科學委員會之部份經費補助特此致謝。

6. 參考文獻

1. H. Tennekes and J. L. Lumley, “A First Course in Turbulence”, MIT Press, Cambridge, Mass., 1972.
2. Kaimal, J.C. et al.: “Spectral Characteristics of Surface Layer Turbulence”. Journal of the Royal Meteorological Society, Vol.98, 1972, pp.563-589.
3. Simiu, E. & Scanlan, R.H. : “Wind Effects on Structures”, 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1986.
4. H. W. Teunissen, “Characteristics of the Mean Wind and Turbulence in the Planetary Boundary Layer”, Review No. 32, Institute for Aerospace Studies, University of Toronto, 1970.
5. Solari, G. : “Gust Buffeting. I : Peak Wind Velocity and Equivalent Pressure”, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.119, No.2, pp.365-382, 1993.
6. Davenport, A.G. : “The Spectrum of Horizontal Gustiness near the Ground in High Winds”, Journal of the Royal Meteorological Society, Vol.87, 1961,

pp.194-211.

7. Taranath Bungale S., “Structural Analysis & Design of Tall Building”, MacGraw-Hill, New York, 1988.

8. Simiu, E. : “Wind Spectra and Dynamic Along-Wind Response”, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.100, No.9, 1974, pp.1897-1910.

9. Harris R. I., “The Nature of Wind”, The Modern Design of Wind-Sensitive Structures, Construction Industry Research and Information Association, London, U.K., 1971.

10. 蔡益超、林宗賢, “建築物所受風力有關規範之研擬”, 行政院國科會大型防災計畫研究報告, NEC73-0414-P002-04, 1984.11。

11. E. Oran Brigham, “The Fast Fourier Transform and its Applications”, 1988.

12. Steven M. Kay, “Modern Spectrum Estimation”, 1988.

表 1 各頻譜密度函數回歸結果

	頻譜密度函數回歸式	偏差值百分比
1	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{u_*^2}=\frac{219f}{(0.8+106f)^{5/3}}$ $f=\frac{n\cdot Z}{U(Z)}$	53.76%
2	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{u_*^2}=0.01087f^{-2/3}$ $f=\frac{n\cdot Z}{U(Z)}$	83.80%
3	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{\overline{u}^2}=\frac{0.292x}{(1.4+x^2)^{5/6}}$ $x=\frac{529n\cdot Z^{0.42}}{U(Z)}$	9.33%
4	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{\overline{u}^2}=\frac{97f}{(0.49+65f)^{5/3}}$ $f=\frac{n\cdot Z}{U(Z)}$	53.76%
5	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{u_*^2}=\frac{3.43\beta^{2.5}f}{(0.9+9.20\beta^{1.5}f)^{5/3}}$ $f=\frac{n\cdot Z}{U(Z)}$	49.55

表 1 續 各頻譜密度函數回歸結果

6	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{u_*^2}=\frac{1.0\beta\left(\frac{n\cdot L_u^x}{U}\right)}{(1.8+90.0\left(\frac{n\cdot L_u^x}{U}\right)^2)^{5/6}}$	40.13%
7	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{\bar{u}^2}=\frac{5.801\left(\frac{f\cdot L_u^x}{Z}\right)}{(1.0+10.602\left(\frac{f\cdot L_u^x}{Z}\right))^{5/3}}$ $f=\frac{n\cdot Z}{U(Z)}$	9.83%
8	$\frac{n\cdot S_u(n)}{u_*^2}=\frac{1.7x^2}{(0.6+x^2)^{4/3}}$ $x=\frac{735n}{U(10)}$	58.60%
9	$\frac{n\cdot S_u(n)}{u_*^2}=\frac{3.0x^2}{(2.0+x^2)^{5/6}}$ $x=\frac{1700n}{U(10)}$	94.76%

表 2 Hino (1971) 頻譜公式型之四測站回歸比較

測站	Hino (1971) 頻譜公式型	偏差值百分比
海大站	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{\bar{u}^2}=\frac{0.331x}{(1.4+x^2)^{5/6}}$ $x=\frac{214n\cdot Z^{0.42}}{U(Z)}$	56.70%
基隆站	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{\bar{u}^2}=\frac{0.278x}{(0.6+x^2)^{5/6}}$ $x=\frac{489n\cdot Z^{0.42}}{U(Z)}$	43.63%
台中站	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{\bar{u}^2}=\frac{0.288x}{(1.1+x^2)^{5/6}}$ $x=\frac{410n\cdot Z^{0.42}}{U(Z)}$	51.52%
高雄站	$\frac{n\cdot S_u(Z,n)}{\bar{u}^2}=\frac{0.262x}{(1.3+x^2)^{5/6}}$ $x=\frac{234n\cdot Z^{0.42}}{U(Z)}$	57.18%

表 3 Davenport (1961) 頻譜公式型之四測站回歸比較

測站	Davenport (1961) 頻譜公式型	偏差值百分比
海大站	$\frac{n\cdot S_u(n)}{u_*^2}=\frac{2.4x^2}{(1.2+x^2)^{4/3}}$ $x=\frac{480n}{U(10)}$	361.19%
基隆站	$\frac{n\cdot S_u(n)}{u_*^2}=\frac{2.6x^2}{(1.1+x^2)^{4/3}}$ $x=\frac{1595n}{U(10)}$	268.59%
台中站	$\frac{n\cdot S_u(n)}{u_*^2}=\frac{1.8x^2}{(0.6+x^2)^{4/3}}$ $x=\frac{695n}{U(10)}$	326.77%
高雄站	$\frac{n\cdot S_u(n)}{u_*^2}=\frac{1.6x^2}{(1.2+x^2)^{4/3}}$ $x=\frac{465n}{U(10)}$	366.82%

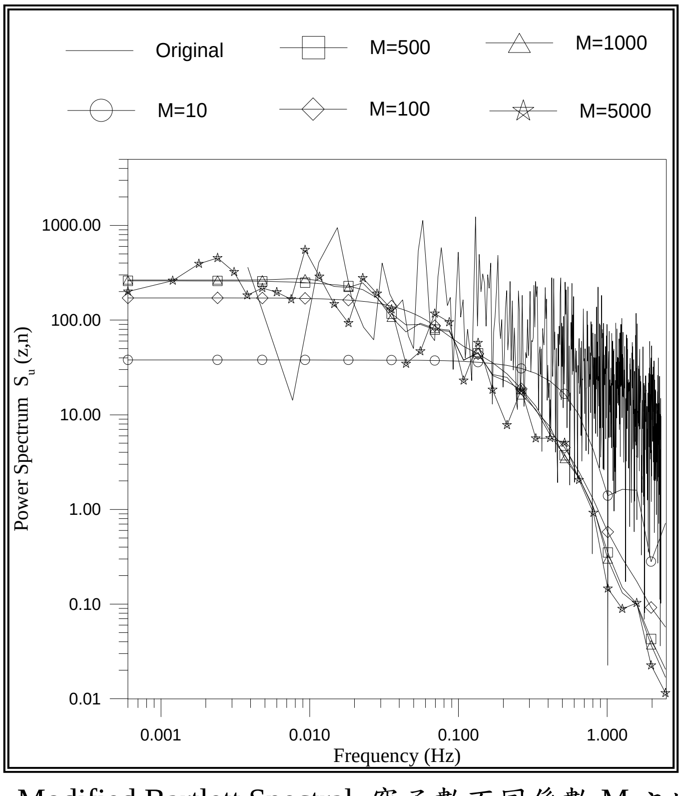

圖 1. Modified Bartlett Spectral 窗函數不同係數 M 之比較

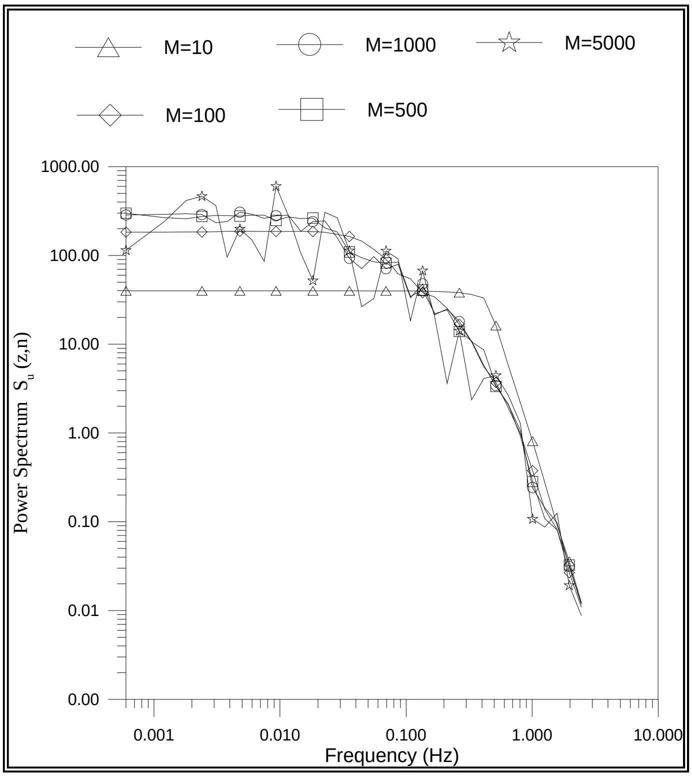

圖 2 Daniell Spectral 窗函數不同係數 M 之比較

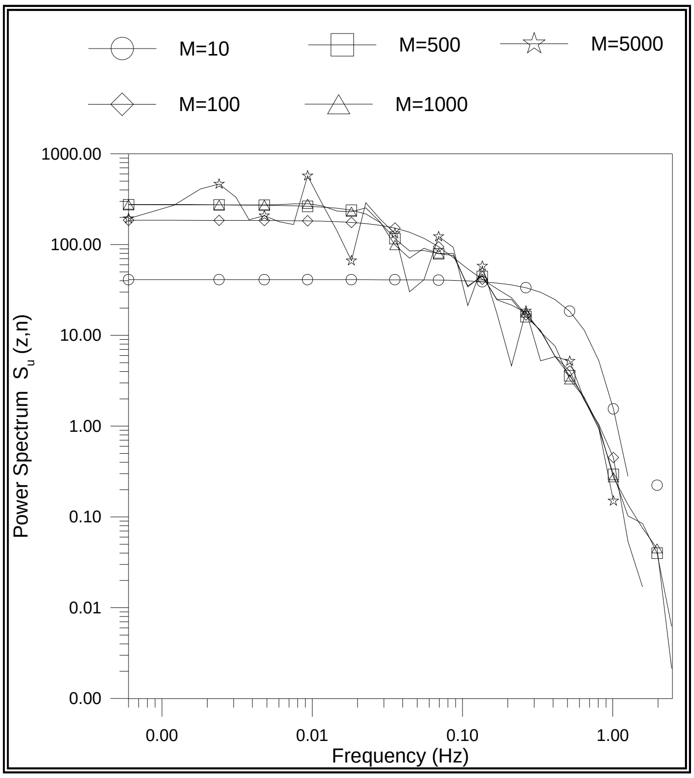

圖 3 Tukey Spectral 窗函數 I 不同係數 M 之比較

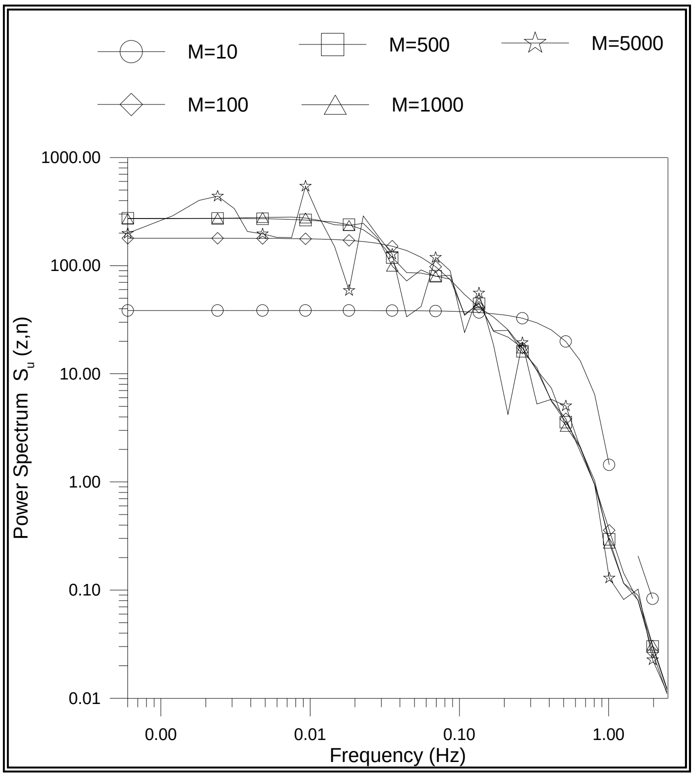

圖 4 Tukey Spectral 窗函數 II 不同係數 M 之比較

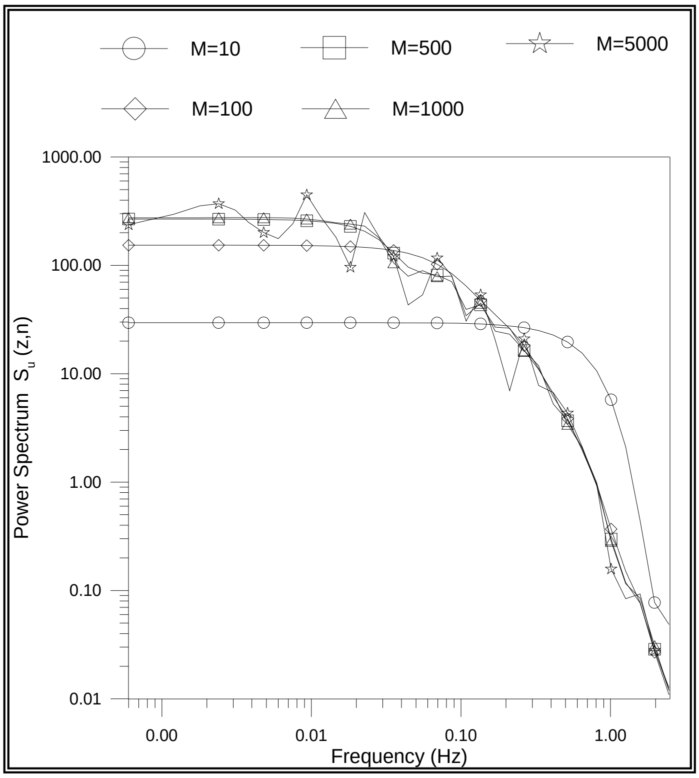

圖 5 Parzen Spectral 窗函數不同係數 M 之比較

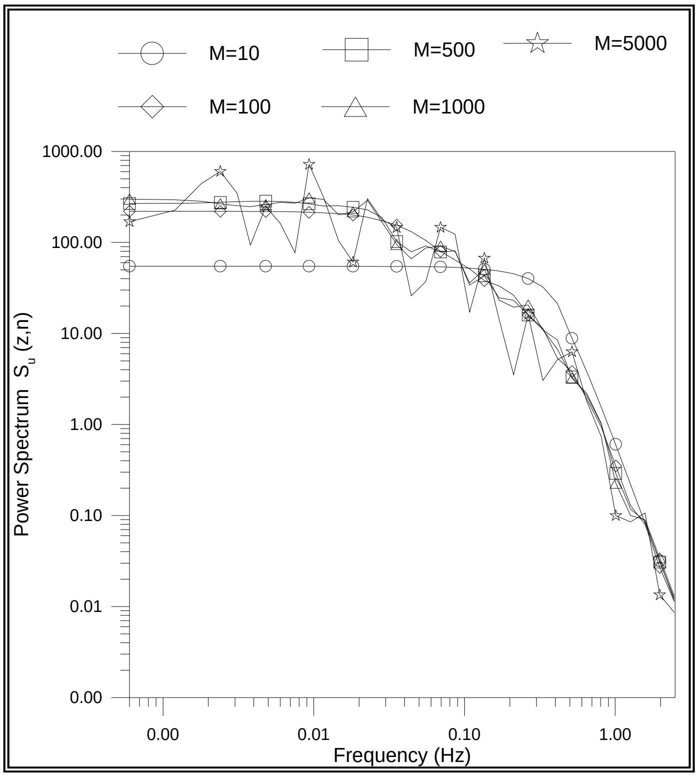

圖 6 Bartlett-Priestley Spectral 窗函數不同係數 M 之比較

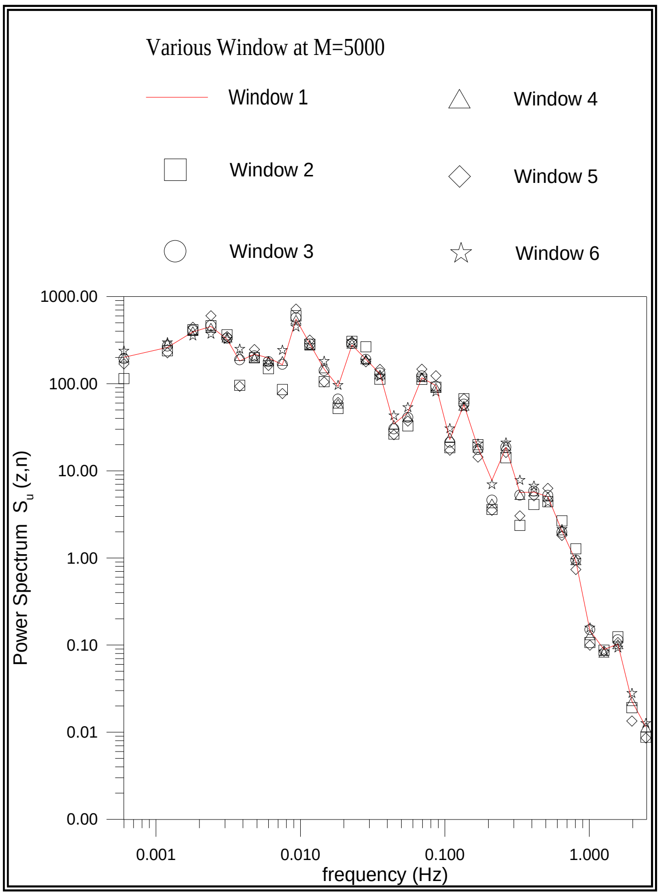

圖 7 六種窗函數比較圖

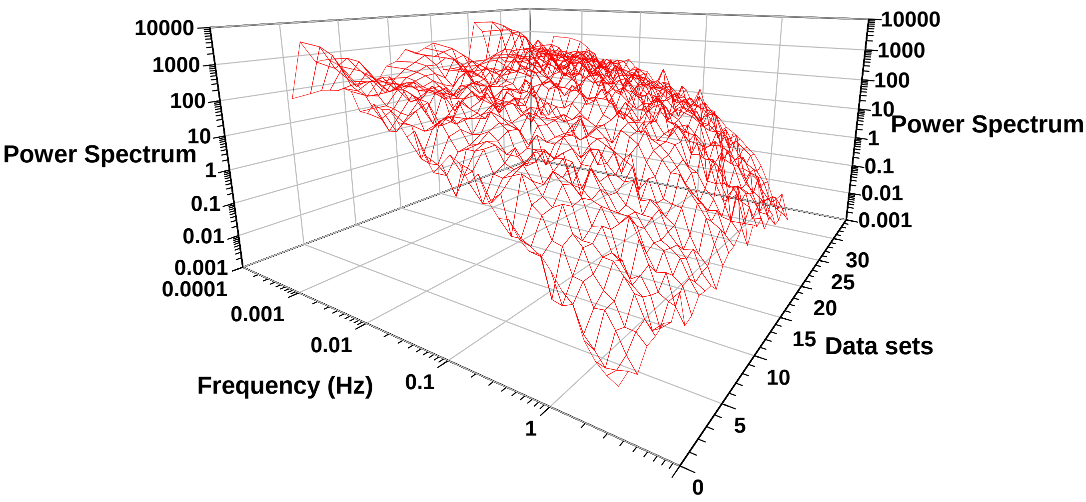

圖 8 賀伯颱風期間之 32 筆能量頻譜密度圖

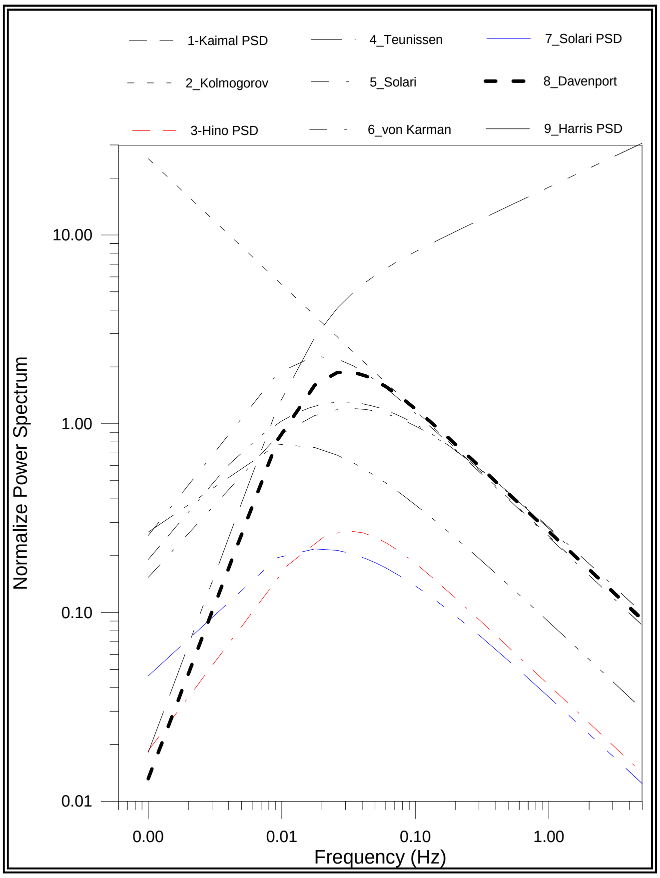

圖 9 國外學者建議之原始 9 種頻譜密度函數數比較圖

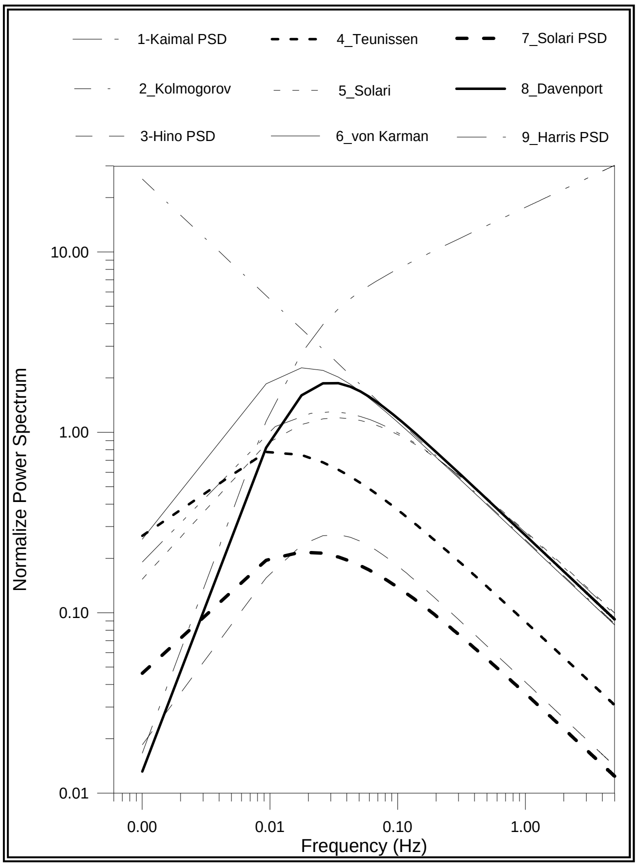

圖 10 台灣地區回歸所得之 9 種頻譜密度函數數比較圖

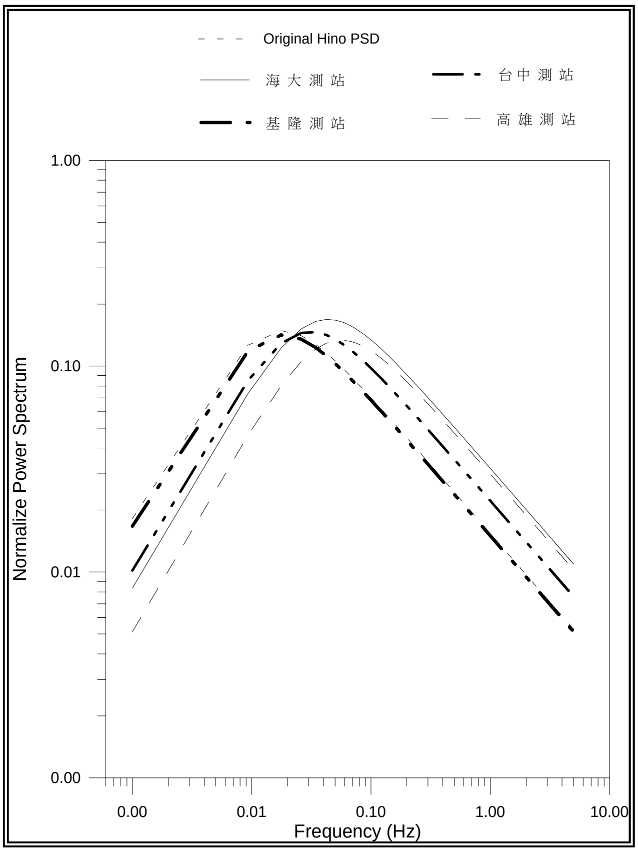

圖 11 台灣地區 4 測站，回歸 Hino 之與高程相關頻譜密度函數數比較圖

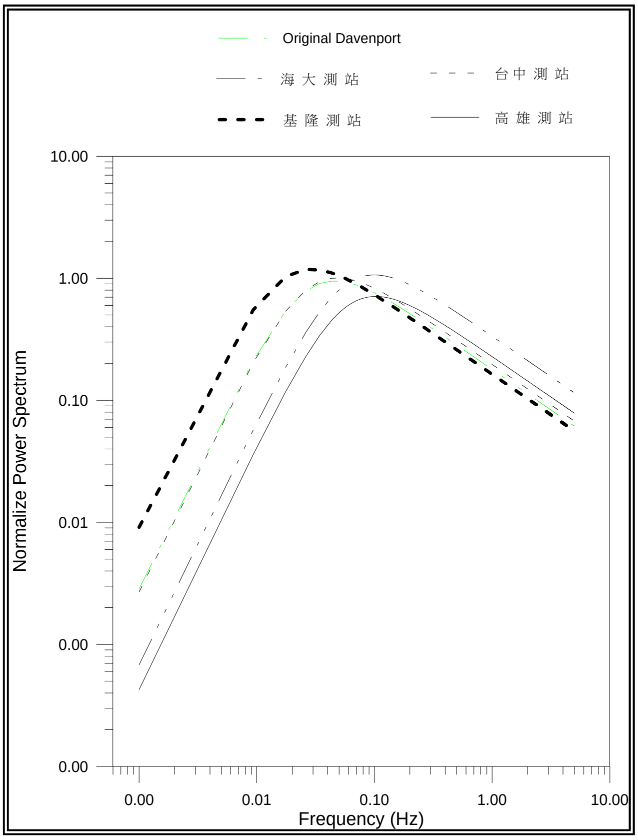

圖 12 台灣地區 4 測站，回歸 Davenport 之與高程無關頻譜密度函數數比較圖